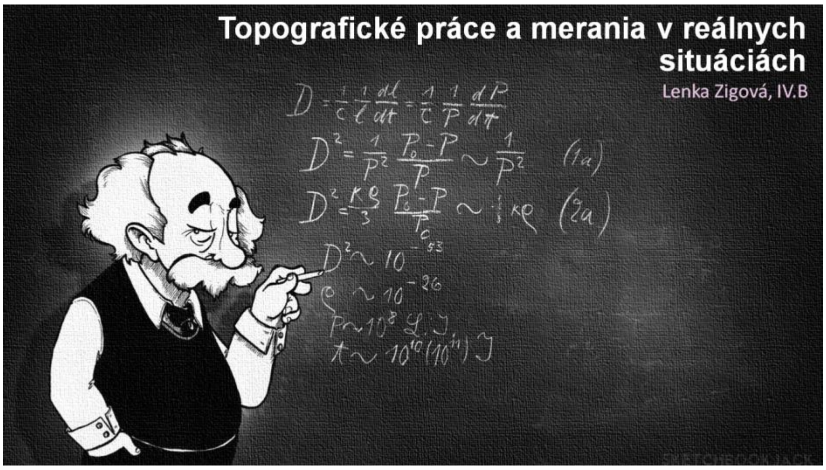
Projektové práce z matematiky už tradične netradične

Aký vysoký je váš obľúbený strom? Alebo ako zmerať vzdialenosť medzi dvomi bodmi v teréne, ak je medzi nimi prekážka a vy máte k dispozícii iba špagát a kolíky? Že neviete? Na tieto a mnohé ďalšie otázky by vám mali vedieť dať odpoveď naši kvartáni...

Koniec školského roku už tradične prináša so sebou zadávanie matematických projektov pre žiakov. Ani obdobie korony na tomto fakte nič nezmenilo. Práve naopak, v čase uvoľňovania opatrení je priam ideálny pobyt vonku pri pre matematiku trochu netradičných činnostiach – meraní, vytyčovaní, krokovaní... Že vôbec netušíte, o čo ide? Toto sú činnosti spojené s riešením úloh projektu: Topografické práce a merania v reálnych situáciách, s ktorými sa so cťou popasovali v uplynulých dňoch naši kvartáni. Dôkazom toho, že to neboli úlohy hocijaké, ale vyžadujúce si okrem matematických vedomostí aj zručnosti manuálne, priam geodetické, sú ppt prezentácie našich žiakov.

Jednu sme vybrali aj do noviniek. Jej autorkou je Lenka Zigová z kvarty B, ktorá stíha naozaj všetko – zapojiť sa do každej aktivity a súťaže v škole a ešte vytvoriť takmer dokonalú prezentáciu. Tu je z nej niekoľko snímok na ukážku a inšpiráciu:

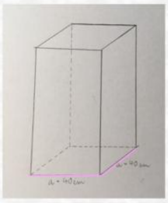


1. Úloha - zadanie

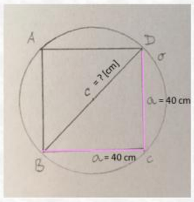
- Zistite minimálny obvod kmeňa najvhodnejšieho stromu, z ktorého môžeme s čo najmenším odpadom vyrobiť hranol so štvorcovou podstavou s rozmermi 40 cm x 40 cm.

1. Úloha - náčrt

- N_1 :



N_2 :



1. Úloha - riešenie

Z : a = 40 cm

o = ? [cm]

$c^2 = a^2 + b^2$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$c = \sqrt{40^2 + 40^2}$

$\boxed{c = 56{,}57 \text{ cm} = d = \text{priemer}}$

$r = \frac{c}{2}$

$r = \frac{56{,}57}{2}$

$\boxed{r = 28{,}285 \text{ cm} = \text{polomer}}$

$o = 2\pi r$

$o = 2 \times 3{,}14 \times 28{,}285$

$o = 177{,}63$ cm

Odpoveď : Minimálny obvod kmeňa musí byť 177,63 cm.

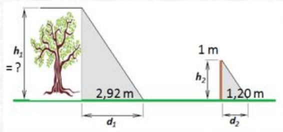
2.Úloha - zadanie + info o stromčeku

- Vypočítajte výšku vášho obľúbeného stromu (alebo stromu, ktorý máte v záhrade, chodíte okolo neho v parku...) za pomoci tieňa metrovej tyče. Výpočty doplňte fotografiou stromu, určením druhu, možno príbehu, prečo je váš obľúbený.

Pre túto úlohu som si vybrala stromček, ktorý máme na záhrade. Je to slivka, ktorá takmer každý rok rodí veľmi chutné plody. Určite patrí medzi moje obľúbené najmä kvôli tomu, že mi pripomína detstvo, keďže tu stojí už dlhú dobu. Doteraz si pamätám ako som sa pri ňom kedysi hrávala. ☺

2.Úloha – náčrt + postup

- Postup : Na zistenie výšky môjho stromčeka som využila metrovú tyč zo zadania. Za slnečného počasia som ju položila na úroveň stromu, tak, aby na ňu svietilo slnko a zmerala jej tieň. Potom som zmerala tieň stromčeka a oba údaje si zapísala. V tejto úlohe som mala na výber viacero možností, ako výšku vypočítať, no nakoniec som si vybrala možnosť s podobnosťou trojuholníka. Z podobnosti trojuholníkov vyplýva, že pomer výšky objektov k dĺžkam ich tieňov je konštanta, teda k. Tú som si vypočítala vydelením výšky tyče (h_2) a jej tieňa (d_2). Potom mi už stačilo len vynásobiť touto konštantou dĺžku tieňa stromu (d_1) a dostala som výsledok.
- Rovnako by sa táto úloha dala vypočítať aj s goniometrickými funkciami pomocou tangensu a podobnosti trojuholníka, kde by sme si vypočítali z tieňa tyče a jej výšky tangens. Keďže pri podobnosti trojuholníkov platí, že ich uhly sú zhodné, stačilo by nám len pomocou tangensu a tieňa stromu vypočítať jeho výšku.



2.Úloha - riešenie

- Z : $d_1 = 2{,}92$ m
  $h_2 = 1$ m
  $d_2 = 1{,}20$ m
  $h_1 = ?$ [m]

Výpočet som si nakoniec overila ešte aj zmeraním môjho stromu a skutočne mi vyšlo, že môj strom meria okolo 2,43 m. ☺

$$\frac{h_1}{d_1} = \frac{h_2}{d_2}$$

$$h_1 = d_1 \times \frac{h_2}{d_2}$$ Konštanta k

$$h_1 = 2{,}92 \times \frac{1}{1{,}20}$$

$h_1 = 2{,}43$ m

2. Spôsob (vyskúšala som aj 2. spôsob na overenie výpočtového výsledku)

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{h_2}{d_2}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{1{,}20}$$

$$\alpha = 39\ 48^{\circ}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha' = \frac{h_1}{d_1}$$

$$h_1 = d_1 \times \mathrm{tg}\,\alpha'$$

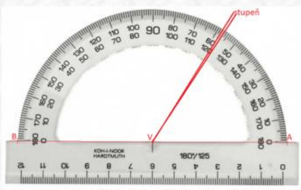
$$h_1 = 2{,}92 \times \mathrm{tg}\ 39^{\circ}48'$$

$h_1 = 2{,}43$ m

Odpoveď : Môj obľúbený strom má výšku 2,43 m.

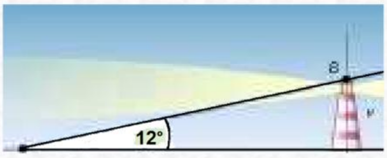
3. Úloha

- a) Vysvetlenie pojmu výškový uhol doplnené schémou, obrázkom.
- b) Zadanie úlohy s využitím výškového uhla z reálneho života + jej kompletné riešenie podľa pokynov vyššie.



3. Úloha a) - riešenie

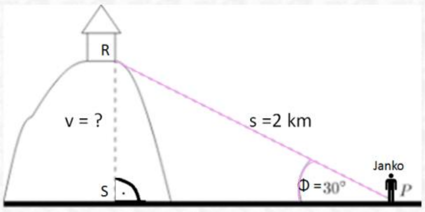
- a) Výškový uhol je uhol vo zvislej rovine meraný od vodorovného smeru k smeru na zameriavaný bod. →Uhol „smerom nahor" od horizontály po priamu čiaru od pozorovateľa k niektorému bodu záujmu.
- Môžeme to vidieť aj na obrázku. Uhol 12° je výškový uhol, pretože je meraný od vodorovného smeru (čiže v tomto prípade od mora) k smeru na zameriavaný bod (čiže vrcholu stožiaru).



3. Úloha b) - príklad

- Na vrchole hory vidí chlapec Janko pod výškovým uhlom 30° chatu jeho starých rodičov. Je od nej vzdialený približne 2 km. V akej výške sa táto chata nachádza ?

N_1



4. Úloha b) - príklad

- Pätu pouličnej lampy na Zelenej ulici vidím v hĺbkovom uhle 21° a pozorujem ju z miesta 15 m nad úrovňou jej päty. Jej vrchol vidím vo výškovom uhle 40°. Aká je výška tejto lampy ?

4. Úloha b) – riešenie + náčrt

- Z : e = 15 m

  α = 40 °

  ß = 21 °

  x = ? [m]

$\tan ß = \frac{e}{d}$

$d = \frac{e}{\tan ß}$

$d = \frac{15}{\tan 21°}$

$\boxed{d = 39{,}08\ m}$

$\tan α = \frac{x_1}{d}$

$x_1 = d \times \tan α$

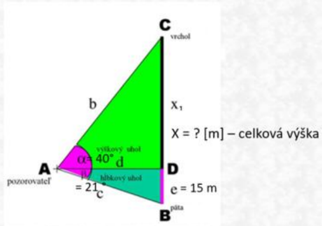
$x_1 = 39{,}08 \times \tan 40°$

$\boxed{x_1 = 32{,}79\ m}$

$x = x_1 + e$

$x = 32{,}79 + 15$

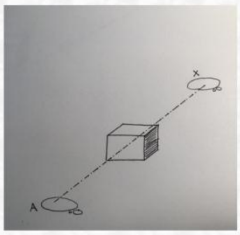
$x = 47{,}79\ m$



Odpoveď : Výška lampy od päty je 47,79 m.

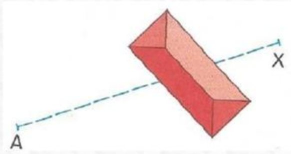
5.Úloha

- V teréne nájdite také dve miesta A a X, medzi ktorými je prekážka a nie je možné priamo odmerať ich vzdialenosť (viď obrázok nižšie). Pokúste sa inými meraniami (môžete použiť aj krokovanie – zistite si dĺžku vášho kroku a vzdialenosti, ktoré potrebujete „odkrokujte“) určiť vzdialenosť medzi nimi. Popíšte postup meraní, zrealizujte ich a túto vzdialenosť vypočítajte. Všetko do projektu zakreslite, zapíšte, vypočítajte a uveďte odpoveď.



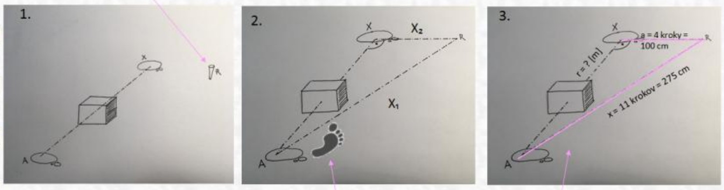
5.Úloha – postup

- Po nájdení skvelého miesta na meranie mi stačilo zvoliť postup môjho merania. Ako meracie prostriedky som využila vlastné kroky a jednu paličku. Paličku som zapichla trošku ďalej od bodu X (obrázok 1. – na ďalšom slide), tak, aby mi vznikol spolu s bodom A pravouhlý trojuholník. Palička bola pre mňa bod R. Ďalej som si odkrokovala vzdialenosti X_1 , X_2 (obrázok 2. + 3.) a zapísala si počet krokov . Potom som si metrom odmerala dĺžku môjho kroku, vynásobila počet nameraných krokov × dĺžka 1 kroku a Pytagorovou vetou sa dopracovala k celkovej vzdialenosti. Dalo sa ísť aj cez rovnoramenný trojuholník a jeho výšku by tvorila práve vzdialenosť A a X, pričom by sme dostali rovnaký výsledok. ☺



5. Úloha - náčrty

Palička (bod R)



Odkrokovala som si vzdialenosti

Zapísala si zistené počty a vynásobila ich dĺžkou kroku

5. Úloha - riešenie

- Z : 1 krok...25 cm
  X_1...x... 11 krokov... 275 cm
  X_2...a... 4 kroky... 100 cm
  Celková vzdialenosť... r = ? [m]

$x^2 = a^2 + r^2$

$r^2 = x^2 - a^2$

$r = \sqrt{x^2 - a^2}$

$r = \sqrt{275^2 - 100^2}$

r = 256,17 cm = 2,56 m

Meranie som si nakoniec overila aj s reálnym metrom a vyšla mi vzdialenosť úplne presne rovnaká ako aj výpočtom, čiže 2,56m. ☺

Odpoveď : Vzdialenosť medzi bodmi A a X je 2,56 m.

Ďakujem za pozornosť ! ☺

„Matematika je kráľovnou všetkých vied, teória čísel je kráľovnou matematiky.“

Gauß nemecký matematik a fyzikálny vedec 1777 - 1855

- Zdroje : Google obrázky, http://www.skgeodesy.sk, https://www.mathsisfun.com/definitions/